

RAC

DE

NTEN

FORM

III



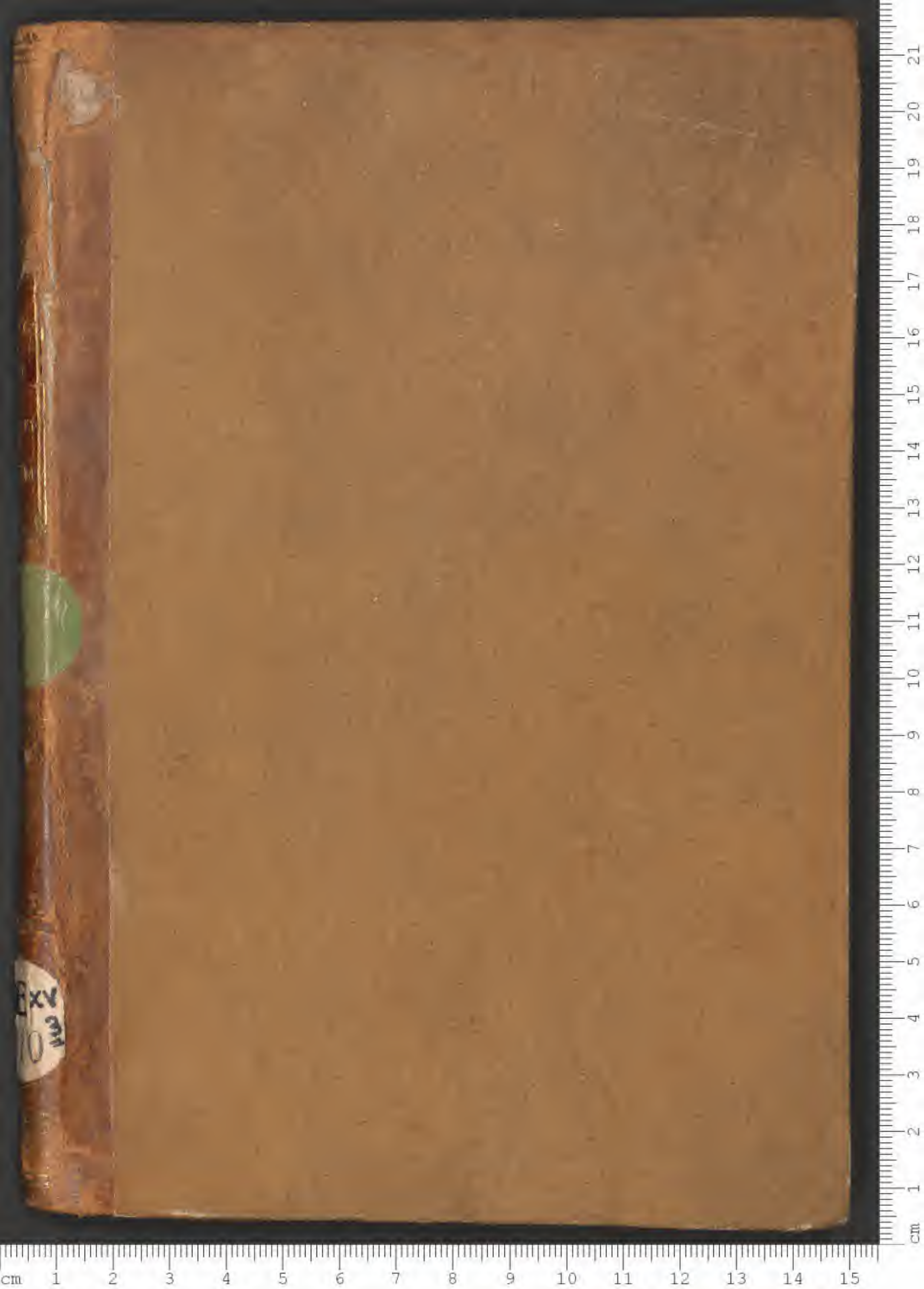
III

III

OE

810





Exv  
10



<sup>15</sup>  
<sup>3</sup>  
E. 810.<sup>3.</sup>

*1. Copinger n<sup>o</sup> 5714*









# Tractatus perutilis

In arithmetica speculativa a magistro thoma Brauardini ex  
libris euclidis boecij et aliorum quam optime excerptus.

Quantitatum alia continua que magnitudo dicitur  
Alia discreta que multitudo siue numerus appel-  
latur magnitudinum Alia immobilis de qua geo-  
metra considerat: Alia mobilis de qua astrologus  
tractat: Multitudinum etiam quedam per se considerat  
de qua arithmetica loquitur, quedam ad aliud refert de qua per  
tractat musica. ¶ Est autem numerus unitatum collectio vel aceru-  
ex unitatibus profusus. ¶ Et dividitur in parum et imparum: cuius  
utriusque partis diffinitio multiplex reperitur. Par numerus est qui  
in duo equalia nullo medio intercedente dividitur. Impar qui sine  
intercedente unitate in duo equalia nusquam dividi potest et hec est  
diffinitio vulgaris. Et nota primo quod secundum pythagoram par nume-  
rus est qui sub una et eadem divisione potest in maxima parvissima quod  
dividitur maxima proportionem minimam quantitatem secundum duas istorum ge-  
nerum ac contrarias passiones. ¶ Et sumitur in hac diffinitione propor-  
tio pro magnitudine aliquota et quantitas pro numero ut sit sensus  
par numerus unica divisione in duas medietates dividitur et quod-  
tum ad numerum non in peuciora dividi poterit quam in duo. Quantum  
vero ad partes aliquotas nulla maior quam medietas reperitur. Et quia  
quanto numerus in plures partes equalis dividitur tanto quilibet  
eius pars divisa erit minor: ideo precedit huiusmodi divisio secundum con-  
trarias passiones unde sicut numerus in infinitum progreditur ita ma-  
gnitudo suscipit decrementum sine fine. Numerus impar secundum  
pythagoram est cui non potest competere diffinitio ante dicta. Sed secundum  
antiquiorum modum. Numerus par est qui in duo equalia vel et in  
qualia divisione sic recipit quod in neutra divisione imparitati co-  
mixta sit paritas vel imparitas paritati. Et hoc secundum mentem diffi-  
nitionis cuiusque numero pari preterquam isti numero duo preterit  
qui in duo unequalia non poterit parti. 10. enim in duo equalia sic  
in 5. et in 5. dividitur necnon in duo unequalia: ut in 7. et 3. et in 9.  
et in 1. in quarum qualibet divisionum quilibet pars est impar divi-  
ditur etiam in 8. et 2. et in 6. et 4. quarum divisionum quilibet pars  
convenit paritati. Impar vero numerus est qui in duo unequalia

A.2.



seper diuiditur: ita quod in qualibet eius diuisione imparitati sit paritas a sociata sicut. 7. in. 6. et. 1. Quarta diffinitio diffiniendo utraque specie per relationem ad altera dici potest: quod par numerus est qui per unitatem crescendo vel decrecendo differt ab impari. Et impar numerus est qui per unitatem crescendo vel decrecendo differt a pari. Diuiso numero in par et impar atque utriusque diuisionis membro quadrupliciter diffinito propalanda est una proprietas que omni numero competit in communi que est hec. Omnis numerus circumscriptione positus est medietas numerorum siue mediate siue immediate secundum equalē distantiam sub et supra quousque ad indiuisibile ventum fuerit unitatem que quia circum se positos non habet terminos ipsamet ē medietas numeri proximi sequentis: unde ipsa omnium numerorum principium est et mater exemplum huius proprietatis per nona conjunctionis. 4. et. 6. qui sunt numeri immediati circa. 5. et. 3. et 7. aut duo et. 8. et. 9. et. 1. qui numero. 5. secundum eque distantiam circumstant ex qualibet hominum congregatione resultant, 10. quorum medietatem. 5. esse constat.

Artis numeri sunt. 3. species Quarum una est pariter par: alia pariter impar et tertia in pariter par proprie nominatur. Pariter par est qui potest in duo paria diuidi et eius pars in alia duo paria et iteque alia pars in alia duo paria ita ut non cesset diuisio donec ad imprimitibile venerit unitatem: ut. 8. 4. 2. 1. Numeros autem per se generare possumus per duplicationem continuam incipiendo ab unitate: ut. 1. 2. 4. 8. 16. singuli eorum preter unitatem preter pares erunt. Pariter paris numeri. 4. sunt proprietates prima omnes eius partes aliquotas necnon et denominationes earum pariter pares esse. Verbigratis. 32. qui est numerus pariter par non habet aliquas partes aliquotas preter. 16. 8. 4. 2. 1. quare quolibet esse pariter parē nullatenus dubitatur. Item. 16. qui est medietas. 32. denominatur ab binario eo quod bis in isto numero continetur: binarius autem numerus pariter par est. Similiter. 8. est quarta pars. 32. cuius. 8. denominatio est. 4. qui est numerus pariter par omnis cuiuscunque numeri pariter paris eius denominatione pariter parē esse. Secunda pariter paris numeri proprietas est quod procreatis numeris pariter paribus ut predictum est per duplicationem ab unitate continua tam numeri mediales quam alij numeri procreati se mutuo denominant utrobique. Verbigratis sint limites tales numerorum. 1. 2. 4. 8. 16. 32. non est unus numerus medialis inter istos qui. 5. distet equaliter ab extremis sed duo sunt hic mediales eque. 5. 4. 8. dico igitur quod utroque alterum



denominat respectu ultimi numeri: nam 3. 4. est octaua pars 32. quorum .8. est quarta pars similiter .2. est sextadecima pars 32. et .16. sunt dimidium eorum. Item unitas tricesima secunda pars est 32. et 32. ab eadem summa secundum unitatem denotari nullus penitus hesitabit si vero predicti limites sub impari numero disponantur ut hic. 1. 2. 4. 8. 16. solummodo erit ibi unus numerus medialis. scilicet 4. dico ergo quod quaternarius seipsum denotat. Sicut ergo 4. est quarta pars 16. sic 2. est octaua eorumdem: similiter accidit in alijs limitibus scriptis Tercia proprietas est quod dispositis numeris sicut prius pariter paribus seriatiim istorum maximus per unitatem solam excedit omnes residuos simul sumptos. Verbigra. 1. et 2. simul supra per solam unitatem a. 4. exceduntur et sic de ceteris. Quarta proprietas quod dispositis numeris ut prius seriatiim quocumque duplicibus si numeri mediales vel quicumque alij equaliter a medialibus utrimque distantes se se multiplicent: idem quod ex ductu unius extremitatis in alteram resultabit Verbigra si sit limites in numero pari. 1. 2. 4. 8. 16. 32. tunc duo numeri mediales sunt. 8. et 4. dico igitur quod multiplicatis .8. per .4. vel e conuerso resultabit ex qualibet huiusmodi multiplicatione. 32. qui etiam ex ductu unius in 32. resultabit. Cōsimiliter si disponantur limites sub numero impari ut. 1. 2. 4. 8. et 16. tunc ibi. 4. est numerus medialis multiplicatis igitur .4. per .4. vel .2. per .8. aut .1. per .16. aut e conuerso ex quolibet ductu unius et idem numerus resultabit.

Unus pariter impar est qui in duas medietates diuiditur sed utraq; eius medietas ulterius diuidi in duo equalia prohibetur. 2. 6. 10. 14. 18. et c. unde dispositis iuncti et seriatiim imparibus ex eorum duplicatione singuli numeri pariter impares generantur. Eius proprietates sunt. 4. prima quod cuiuslibet partis eius aliquote denotatio optime ad paritatem et imparitatem dissonat ipsi parti: si enim denotatio sit par impar erit eius quantitas et similiter etiam e conuerso. Verbigra in 18. est 9. qui est numerus impar et eius medietas. Item 6. qui est numerus par est eius tertia pars: et sic de omnibus partibus in numeris prius in quibus inuenitur. Secunda proprietas quod omnis numerus pariter impar distat tantummodo a proximo sibi pariter impari per .4. unitates cuius causa est quia per duplicationem singulorum imparium generatur quorum quilibet per duas unitates a proximo suo distat. Numeros pariter impares et pariter pares adinuscem comparantes inter eos binas definitiones intedimus ex quibus Alie sibi due proprietates possunt

A.3.



assignari. Prima est quod in numero pariter impari sola maior  
extremitas id ē tot<sup>9</sup> nūerus diuisionē recipit: in nūero vō paritē  
pari soli minori terminō. s. unitati dīo denegatur et hec est tertia  
proprietās. Secūda dīa est quod dispositis fm ordinē pariter  
pib<sup>9</sup> nūeris siue vnus sit medialis siue duo q̄tum ex vno mediali  
in se ducto vel ex duob<sup>9</sup> vno in alter<sup>9</sup> ducto prouenit: tñ ex du  
obus siue mediate siue immediate eque distanter circū se positis  
resultabit prout in proprietate q̄ta patuit: sed in nūero pariter  
impari positis limitibus seriatim si vnus sit solūmodo iste cir  
cūse positō<sup>9</sup> pariter īpariū erit medietas cōiunctō<sup>9</sup> vt positis  
.s. limitibus. s. 2. 6. 10. 14. 18. siue addant<sup>9</sup>. 6. ad. 14. siue. 2. ad. 18.  
resultabūt. 20. quō<sup>9</sup> medietas est. 10. numerus medialis sed po  
sitis limitibus in numero pari vt sint. 2. mediales: tunc idem ex  
adiunctis duabus medietatibus quod ex alijs circūse positis re  
sultabit vt positis. 2. 6. 10. 14. 18. 22. si addatur. 10. ad. 14. vel. 6.  
ad. 18. vel. 2. ad. 22. sēper resultabunt. 24. et hec pōt dīci quarta  
eius proprietās.

Unus impariter par est qui in duas ptes equales diui  
ditur et eius pars in alias duas equales sed huiusmodi di  
uisionē vsq<sup>3</sup> ad unitatē procedere nō pmittitur vt. 12. 20. 24. 28.  
Iste autē numerus vtriq<sup>3</sup> predictō<sup>9</sup> numero<sup>9</sup> ī aliquo cōuenit  
et in aliquo discrepat ab vtroq<sup>3</sup> ī hoc em̄ q<sup>3</sup> diuiso toto ptes ei<sup>9</sup>  
vltterius diuisionē recipiūt: assimilatur pariter pari et a pariter  
impari separatur. In hoc etiā quod eius diuisio ad unitatē non  
peruenit: a pariter pari disiungitur et pariter impari similatur  
et hec est prima relacio inter istum numex et predictos. Scōa  
est hec iste numerus h<sup>3</sup> quod habent reliqui et habet etiā quod  
non habent reliqui habet etiam aliquas ptes aliquotas que ad  
instar pariter paris cū suis denominationibus. quantū ad pari  
tatem et īparitatē conueniunt et habet aliquas ptes aliquotas  
que ad instar pariter imparis a suis denoīationibus variantur.  
Vtrig<sup>3</sup> 24. habet. 2. 4. 6. 12. quō<sup>9</sup> denominationes sicut et  
ipsi sunt pares. Et habet. 1. 3. 8. 24. que denominationem a nu  
mero impari fortuntur. Et generatur sic. si in omēs numeros  
impares p̄ter unitatem singulos pariter pares p̄ter dualita  
tē duxerimus: impariter pares singulos generabimus disposi  
tis superius imparibus p̄ter unitatem et inferius om̄ibus pa  
riter paribus p̄ter dualitatem: si ducamus. 3. in. 4. vel in. 8.  
vel in. 16. et ita deinceps nūeros īpariter pares procreabimus



	Longitudo			
continue vt pz in figura.	3	5	7	9
Admiranda proprietas	4	8	16	32
numeri impariter paris	12	24	48	96
de generatiōe eius q̄ p	10	40	80	160
missimus p̄palat ducant	28	56	112	224
em singuli numeri inferio	36	72	144	288

ris ordinis prescripte formule in ternarium qui est primus nūe-  
rus ordinis superioris et ponantur numeri sic producti in vna for-  
mula seriatim deinde ducantur singuli numeri inferioris ordi-  
nis in .5. qui est secundus imparium numerus ordinis superioris et isti  
producti reliquis subscribantur: similiter ducantur oēs infērio-  
res in .7. et deinde oēs in .9. et productis subscriptis fiat talis fi-  
gura. Numeri ergo istius formule seriatim sūpte scdm longitu-  
dinem a parte sinistra vers⁹ dexterā se se duplicando procedāt  
Unde quarta proprietas pariter paris numeri eis nullatenus  
competere dubitatur. Numeri etiam sumpti secundum latitue-  
dinem descendendo secundum equalem excessum augentur cō-  
tinue vnde et iste ordo quartam proprietatem pariter imparis  
sibi vēdicat inherere. Rationabiliter igitur dicitur iste numer⁹  
ex duobus aliis procreari.

Acto de numero parī de numero imparī iam dicendū est  
dicitur numerus impar qui ne p equalia valeat diuidi vni-  
tatis impedit interuentus. Imparis numeri .3. sunt species qua-  
rum prima est numerus primus et incompōsitus qui nullam ali-  
quotam partem preter solam vnitatem habet quāz denominat  
numerus ille vt .3. .5. .11. .17. Et dicitur primus et incompōsitus qz  
nullus numerus eum componit. seu metitur preter primum et  
minorem omnium numeroz. Secunda spēs est numerus secū-  
d⁹ et cōpōsitus et est qui preter vnitatē alias ptes aliquotas hz  
vt .9. .15. .21. et vocatur secundus quia eum nō sola vnitās sed ali⁹  
vel ali⁹ pponunt propter quod et ppositus nominatur. Tercia  
spēs est numerus p se ex nō scōs et cōpōsitus sed cōparatus ad  
alios est primus et incōpōsitus et est q̄ aliā vel alias ab vnitāte  
hz ptes aliquotas: sed eo ad aliū eiusdē spēi vniūz cōparato  
Null⁹ vn⁹ et idē numerus est pars aliquota vel mēsurā vtriusqz  
vt .25. et .9. neqz aliqui tales numeri aliquotas partes habēt: vñ  
cum .9. terciā ptem optineat. 25. terciā parte caret. Etiā .25. hñt  
quintā ptem .9. aut quintā ptem habere non possūt. Pz autē  
gnatio istoz trium numeroz p formā quam crastotenes cri-



bzum vocat: dispositis enī a ternario cunctis imparibus seriatim  
 quilibet eorum tot omissis continet quod duplū sui ordinis continet  
 unitates: eū sēp q̄ primo sequit̄ necessario mēsurabit: illūq̄ fm  
 nūex illū metit̄: q̄ totus est in ordine impariū: quotus in ordine  
 metiēdoz p̄ spm fuerit aliq̄s metiēdus. Verbigra dispositis im  
 paribus isto modo. 3. 5. 7. 9. 11. 13. 15. 17. 19. 21. ternarius mēsurabit.  
 9. inter quē et ternariū sūt. 2. nūeri scz. 5. et. 7. mediū p̄ dupla  
 tionē unitatis q̄ ordinis terciū corespondet: et q̄a. 9. est primus quē  
 mēsurat. 3. ideo mēsurabit scdm ternariū q̄ in ordine impariū est  
 prim⁹ quia. 3. est terciā pars nouēnarij. Itē obmissis alijs duo  
 bus scz. 11. et. 13. ternarius mēsurabit primū. s. 5. quia est secūd⁹  
 quē mēsurat mēsurabit eū scdm quinariū q̄ est secūdus i ordine  
 impariū et erit cōsimilis processus in infinitū. Itē qnarius q̄ est  
 secūdus in ordine: cuius ordinis duplatio significat p. 4. omittē  
 do. 4. nūeros scz. 7. 9. 11. 13. proximū sequētē scz. 15. metietur et  
 hoc scdm ternariū qui est primus in ordine p̄pterea quod iste ē  
 primus a. 5. mēsuratus. Cōsimiliter quoq̄ septimus q̄ est terci⁹  
 in ordine impariū nūerabit eū q̄ proximus fuerit. 6. omissis atq̄ i  
 infinitū poterit sic procedi. Unde ex hoc patet quod q̄libet im  
 pariū illū mēsurabit qui proximo sequit̄ tot omissis quot vna  
 minus continet unitates vt ternarius duobus omissis et qnarius  
 .4. 22. Sunt ergo secundi et p̄positi qui per dictos impares mē  
 suratur: residui vero oēs sunt incōpositi et primi. Pro genera  
 tione tercię speciei est notādum quod q̄cunq̄ numeri primi et i  
 cōpositi multiplicati fuerint p̄ se ipsos resultabunt numeri qui p̄  
 se sub scda specie sunt: sed simul relati sub terciā specie cōtinēt.  
 3 5 7 11 13 15 ¶ Propositis duobus numeris per  
 9 25 49 121 169 249 scrutari poterim⁹: An illi tercię spe  
 ciei numeri impares fuerint subiecti: subtracto enī minori nūero  
 de maiori donec minus eo supersit si in hmoi subtractiōe con  
 tinua nullus nūerus fuerit residuus qui ante derelictū mēsuret  
 vsq̄ ad unitatē illi nūeri sunt incōpositi et primi sed si quis alius  
 nūerus ante derelictū mēsuret: ille est maximus numerus qui  
 numeros dictos comuniter mēsurabit. Verbigra pponant. 9.  
 et. 29. subtractis igit. 9. quotiēs possūt de. 29. remanēt. 2. q̄bus  
 quotiēs est possibile subtractis de. 9. remanet unitas sunt ergo  
 illi numeri incōpositi et primi: proponantur igitur. 9. et. 21. sub  
 tractis. 9. de. 21. quotiens possunt remanent. 3. quibus subtra  
 ctis de. 9. quotiens possunt nichil remanet nūeri igitur p̄positi



sunt secundū et compōitū et terci⁹ est maximus istos comuniter  
mensurans.

Orest etiā scōdo modo par numer⁹ diuidi nūeri partis ali⁹  
est supflus: alius est diminutus: alius pfectus. Supflu⁹  
est ille cuius sūmā excedunt omnes ptes aliquotes simul sumpte  
vt. 1. 2. 3. 4. 6. qui. 16. cōstituūt et sunt omnes ptes aliquote. 12.  
Sed diminutus est cuius oēs ptes aliquote simul sūpte minorē  
sūmā cōstituunt suo toti vt. 1. 2. 4. que sunt ptes aliquote de. 8.  
que simul. 7. cōstituūt. Nūerus pfectus est cuius oēs ptes simul  
sumpte aliquote cōstituūt suū totū vt. 1. 2. 4. 7. 14. que sūt oēs  
ptes aliqte de. 28. q̄ pstituūt. 28. et nō plura. De gēratōe aut pā  
morū duorū nūerorū ppter eorū vilitatē et eorū iordinatā dispo  
sitionē regula nulla datur. Numerorū aut pfectorū in limite pri  
mo solū vnicū repimus vt infra. 10. 6. infra. 100. 28. infra. 1000.  
496. et infra. 10000. 8128. vnde et hij sēp nūeri seriatim sumpti  
alternatim senario cum octonario terminantur

1	2	4	16	32	64
6.	18.	496	8128		

¶ Erit autē generatio eius talis  
cūctis pariter parib⁹ scōm ordinē  
ab vnitāte dispositis adatur prim⁹ secūdo et si numerus prim⁹  
et incōpositus ex tali additione resultat multiplicet p numerū  
maiorē additorū et resultabit vnus primo pfectus. additis enim  
duobus ad vnū resultabit. 3. qui est prim⁹ et incōpositus qui  
multiplicet p. 2. et resultabit. 6. qui est primus nūerus pfectus.  
Consimiliter additis. 4. ad dnos priores scilicet. 4. ad. 2. et. 1.  
resultabūt. 7. qui multiplicetur per. 4. qui ipse est numerus pri  
mus et incōpositus et puenit. 28. q̄ est secūdus nūerus pfectus  
Et etiā addito quarto nūero i ordine. s. octonario ad pmissos  
resultabūt. 15. qui cū non sit primus et incōpositus dimittat sine  
multiplicatiōe et in additione pcedat vltterius quousq; nūerus  
incōpositus ex additione hmoi producat quo multiplicato pyl  
timum adiunctorum tercius numerus pfectus resultabit sic q̄  
diu per hūc modum progressi fuerimus non cessabit generatio  
perfectorum.

Quantitate per se in principio huius diuisa quantitatis ad  
aliā relate iam diuisio preibit: oīs em̄ q̄ritas ad aliā  
relata aut est sibi equalis aut inequalis. Quantitas equalis est  
que nec sibi cōparatam excedit nec exceditur ab ea. Inequalis  
est que sibi cōparatā excedit et tunc habet ad eam pportionem  
maioris ineqlitatis aut ab illa excedit et tūc habet pportionem



minoris inequalitatis ad eadē. Maioris vero inequalitatis. s. sūt spēs quaz. 3. sūt simplices. s. mitiplex / supparticularis / suppartiens / multiplex supparticularis / et multiplex suppartiens q̄ ex prima et duabus reliq̄s cōponūt. Hijs quoq̄. s. spēbus maioris inequalitatis opponūt. Alię. s. minoris inequalitatis que tātūmodo hac p̄positiōe sub appōita eadē noīa sortiūtur. Et est q̄titas ad aliā multiplex q̄ illā pluries cōtinet. Et si bis eam cōtinet dupla dicit̄ et si ter dicit̄ tripla et sic in īfinitū: ut igitur singule ei⁹ spēs generent facta nūerorū serie naturalī ut. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 22. q̄libet eorū unitatem sequentiū sub alia et alia specie multiplicis sūt ad vnū scōs em̄ duplus tercius tripl⁹ quartus q̄ duplus et sic sine fine. Et sic ī īfinitū in isto p̄cessu spēs varianē multipliciter q̄libet semel sūpta ita etiā sūpta qualibet īfinites generari possūt īfinitē: velut em̄ ī ordine priorū primus nūer⁹ par scz binari⁹ est dupl⁹ ad 1. ita scōs par ad scōz nūer⁹ duplus erit et tercius par tercio nūero duplus erit et sic in ḡnatiōe duploz in īfinitū possibilis est p̄cessus. Similiter p̄ ḡnatiōe triploz si post ternariū q̄ unitati ē tripl⁹ nūeris alijs duob⁹ omissis scz q̄ternario et q̄nario prim⁹ scz senarius ip̄e erit triplus secundo nūero p̄posite seriei et obmissis alijs duob⁹ scz 7. 8. pueniem⁹ ad nouenariū q̄ triplus est terci⁹ numeri et sic sine fine p̄grediēdo ad oīm nūer⁹ inueniem⁹ eius triplū eritq̄ triploz trīne alter ip̄ar et par reliqu⁹ alternatim. Similiter p̄ ḡnatiōe q̄druploz si post 4. tribus nūeris obmissis capiat̄ quartus cōtinue sēp deueniem⁹ ad int̄rū eruntq̄ singula paria et sub nūero pari p̄tēta sicut in duplis cōtingebat. Itē in quincuplis. 4. obmissis obtatū pueniet et ita de alijs multiplicibus q̄buscunq̄ dū tñ denotiatio p̄portiōis generāde p̄. 1. ī nūeris sup̄ et ōmittendis erūtq̄ omniū multipliciū p̄porcionum ip̄arium denotationum vnus par et alter impar alternatim sed multiplicium parium denominationum singuli pares erunt.

Quantitas supparticularis ad aliā dicit̄ que semel eā cōtinet et aliq̄ eius p̄tem aliquotā et si eā et eius medietatē cōtinet dicitur sexq̄altera et si eā et eius terciā dicit̄ sexquitercia. Et sic vltērius p̄cedēdo p̄ īfinitas spēs. In p̄porcione vel incōpōe tales numeri maiores dicunt̄ duces minores vero comites. Generat̄ supparticularis p̄porciō p̄ hunc modū dispositis in vno ordine singl̄is nūeris terciā p̄tem habētibus qui per continuam additionem ternarij in īfinitum procedunt

vident̄ de  
p̄porciōe  
p̄ 3. alia



ut. 3. 6. 9. 12. 15. 18. 21. resultabūt oēs duces proportionis sexq̄-  
 altere quibus subscriptis singulis paribus feriatī ut i hac fig̃a  
 3. 6. 9. 12. 15. 18. 21. Proueniēt oīs eiusdē propor-  
 2. 4. 6. 8. 10. 12. 14. tionis comites primū p̃rio scōm  
 secūdo referēdo et sic deinceps. Item dispositis singulis nume-  
 ris quartā p̃tem habētibus qui p̃ cōtinuam additiōē q̃ternarij  
 generant ut. 4. 8. 12. 16. habebimus oēs duces proportionis sex  
 quitercie qui corespondent ad oēs numeros triplos seu terciam  
 p̃tē habētes tāq̃ ad suos comites referēdo ut i sequēti figura p̃3.  
 4. 8. 12. 16. 20. Cōsilit̃er g̃nant sexq̃arte si ad sig̃los q̃  
 3. 6. 9. 12. 15. duplos singuli q̃ncupli p̃parēt et sic de  
 inceps p̃cedat in p̃porciōis sup̃particularis singulis alijs sp̃eb⁹  
 5. 10. 15. 20. ¶ Accidit autē isti proportioni ista admirāda  
 4. 8. 12. 16. propriet̃as quod in quibuscunq̃ numeris hu-  
 ius speciei primus dux primū comitē per solum limitē primū  
 trāscēdit secūdo scōm p̃ binarium terci⁹ terciū p̃ ternarium  
 et ita deinceps p̃ ordinē trāscurendo. Potest autem forma fieri  
 in q̃ p̃porciōnū tā multiplicū q̃ sup̃particulariū quot volueri-  
 mus sp̃es generēt scribāt enī primū fm̃ lōgitudinē naturalis or-  
 dinis nūeri cōtinue ab unitate vsq̃ ad q̃cūq̃ volueris numeri  
 quātitatē sub quo ordie sūpto istio abinario fiat alijs ordo in q̃  
 p̃ additiōē binarij fiat cremētū cōtinue nūerorū p̃st̃r 7 in q̃rto  
 ordie 7 i q̃nto et sic p̃ ordinē p̃tinue excedat cui⁹ descriptio ē talis

Longitudo tabule

Latitudo tabule	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	¶ In ista ergo for- mula est vna scōm longitudi- nē et alti- tudine p̃ gressio: si igit̃ scōs ordo siue in lōgitudine siue in latitudine ad p̃mū ordinē p̃p̃et accidit p̃ia g̃natio p̃me multiplicū sp̃ei sc̃z duple si enī. 2. ad. 1. aut. 4. ad. 2. aut. 6. ad. 3. et sic vlt̃erius p̃paremus p̃ouenit duple proportio utrobīq̃. vnde in ista p̃ima specie proportionis primus dux p̃is
	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	
	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	
	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	
	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	
	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	
	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70	
	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	
	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90	
	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	



mñ comitem superat per solam unitatem secundus secundum p. 2.  
 tercius tertium per .3. et ita per ordinem ascendendo. Consimiliter  
 si tercius ordo ad primum referatur generatur tercius species  
 multiplicium. s. tripla superabit quod primus dux primum comitem  
 per binarium secundus secundum per quaternarium et ita per crementum  
 binarii continue procedendo. Item comparando quartum ordinem  
 ad primum proueniet generatio quadrupla et excedit primus  
 dux primum comitem per ternarium secundum per senarium et ita  
 per additionem ternarii continue cumulando et ita in singulis species  
 multiplicitum procedere poterimus sine statu. Pro generatione vero  
 superparticularium procedimus isto modo: si enim  
 respondenter comparemus tertium ordinem a secundum accidit generatio  
 continua proportio sexquialtere. Item quartum ordinem ad tertium si re  
 feramus resultabit proportio sexquartaria: et si quantum quarto sexquarta  
 gnabit utrobique. Et ita per ordinem superparticularium species preceant  
 superabit quod in omni eius specie primus dux primum comitem prout secundum  
 p. 2. tercius tertium p. 3. 72. Accidunt autem predictae formule proprietates.  
 s. prima quod numeri isti formule ab unitate angulariter descen  
 dentes ut. 1. 4. 9. singuli sunt quadrati sic ad singulos quadratos deuenire  
 poterimus resultatibus ex ductibus numerorum naturalis ordinis in se ipsos  
 Secunda huius formule proprietas est quod singuli eius numeri logilateri sunt qui  
 immediate numeros angulares circumcingunt. Sunt autem numeri logilateri  
 qui ex ductu duorum numerorum unius in alterum producantur quorum unus  
 alter sola unitate superat: unde circa. 4. sunt. 2. et. 6. quorum binarius  
 ex ductu unitatis ille et. 6. ex ductu duorum in. 3. preceant. Consimiliter  
 circa. 9. sunt. 6. et. 12. sic quod per ordinem inueniemus omnes numeros  
 logilateros circa numeros angulares. Tercia huius formule proprietas  
 est quod additis coniunctim duobus numeris circulatoribus vel circulatoribus  
 alicui numero angulari ad duplum illius numeri angularis resultabit numerus  
 quadratus. ut additis. 2. et. 6. cum bis. 4. resultabunt. 16. 72. Quarta proprietas  
 quod additis duobus quadratis angularibus primis ad duplum numeri  
 intercepti resultabit etiam numerus quadratus ut additis. 4. et. 9. ad  
 bis. 6. producantur. 25. Quinta proprietas est quod ubicumque signetur  
 aliqua figura quadra in ista formula idem ex ductu angulorum  
 oppositorum in angulos oppositos produceretur ut ductis. 3. in. 3.  
 vel. 1. in. 9. idem resultabit: et multa alia utilia possunt inscripta  
 figura reperiri sed hijs omissis ad propositum reuertamur.



Quantitas ad aliam superpartiens dicitur quod ipsa semel et aliquot ei<sup>9</sup>  
 partes aliquotas ex quibus non fit una pars aliquota continet et  
 hoc tamen ex numero prius quod ex denominatione earum quod etiam ex utrisque in specie  
 praesentabitur in infinitum. Ex numero prius: ut si maior numerus continet mino-  
 rem et eius duas partes dicitur superbiptiens: si. 3. dicitur suptriptiens. Item ex de-  
 nominatione prius ut si maior minorē continet semel et eius partes quod sunt ter-  
 cie totius dicitur superptiens tercius. Item ex utrisque ut si maior minorē conti-  
 net semel et eius duas partes quod sunt tercię totius vocatur superbiptiens ter-  
 cias vel superbiptiens tercias. Et si. 3. partes quarum quilibet est quarta totius dicitur supertri-  
 ptiens quartas vel suptriptiens quartas neque in tali processu aliquis erit statim huiusmodi  
 aut proptio ubi tamen numerus prius quod earum denominatio variatur continue  
 generari potest si fiat una series numerorum a ternario incipiens et ulterius  
 procedens secundum ordinem naturalem: deinde fiat alia series in qua superto  
 inicio a quinario singuli sequentes impares per ordinem subscribatur  
 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 Stergo primum ordi-  
 nis inferioris ad primum  
 5 7 9 11 13 15 17 19 21 23 nis inferioris ad primum  
 superioris referamus resultabit proptio superbiptiens si scilicet secundum su-  
 pertriptiens et sic sine fine. Si enim singulos utriusque series duplicem  
 habebimus secundos numeros sub eisdem proportionibus constitutos: sunt enim  
 .10. et .6. duo numeri inter quos est superbiptiens proptio. Consimiliter  
 si duplicemus duos secundos et sic in infinitum procedere poterimus  
 in singulis speciebus. Unde ex hoc patet quod hic erravit boecius in gene-  
 ratione continua huiusmodi spiritum ponit enim quod secundo dux et secundo comes in-  
 ter quos est proptio prima supertri quarta deberet triplari: et terci<sup>9</sup>  
 dux et terci<sup>9</sup> comes quadruplari et ita deinceps ad hoc ut haberetur  
 secundi numeri sub eisdem proportionibus constituti. Posuit etiam quod numeri  
 triplati iterum triplarentur quadruplari: iterum quadruplarentur pro-  
 terciis numeris sub proportionibus prehabitis constituendis. Item  
 boecius nimis diminute processit in generatione superparticu-  
 larium specierum: non enim determinat nisi de talibus specie-  
 bus in quibus denominatio partium per solam unitatem superat  
 numerum earundem: ut de superbiptiens supertri quarta et huius-  
 modi non enim docet quomodo superbiptiens septima vel alie huiusmodi  
 generentur. Et ideo ut in cuiuslibet generatione specierum instruamur  
 capiamus numerum denominatorem partes proportionis propositae quod numerus  
 erit primus comes proportionis illius cui addamus numerum primum pro-  
 portionis eiusdem: sic habebimus primum ducem. Verbigra si proptio  
 superbiptiens septima proponatur capiamus. 7. cui si addiderimus. 3. resulta-  
 bit. 10. sunt ergo. 10. et. 7. minimi numeri inter quos proptio



super triseptia reperit quibus duplatis resultabunt etiam numeri secundum  
eiusdem proportionis et triplatis resultabunt tercii et c. fundat capitulum  
istud super istam regulam multiplicium et sub multiplicium pro  
portio est eadem.

Unitas multiplex supparticularis ad aliam dicitur que  
eam plusquam semel et aliquam partem eius aliquotam continet  
et hoc tripliciter variatur primo ex parte multiplicis ut dupla  
supparticularis: tripla supparticularis etc. Secundo ex parte sup  
particularis ut multiplex sexquialtera: multiplex sexquitercia  
Tercio ex parte utriusque ut dupla sexquialtera: tripla sexquitercia ubi  
autem stante denominatione ex parte multiplicium sed solummodo ex  
parte particularium variata ut in duplici sexquialtera duplici sexquitercia  
fiat generatio eorum per hunc modum disponantur abinario  
secundum ordinem naturalem quilibet numeri et aquinario cuncti nu  
meri impares subscribantur referendo igitur primum ad primum habebimus  
proportionem duplicem sexquialteram secundum ad secundum duplicem sexquiterciam tertium ad tertium  
duplicem sexquiquartam 2 3 4 5 6 7 8 9  
Pro generatione autem 5 7 9 11 13 15 17 19  
triplo et supparticularium fiat primum ordo ut primum et in secundo ordine sumpto  
a septenario initio: numeri continue per additionem ternarii augeantur  
et ita deinceps 2 3 4 5 6 7 dictis ordinibus sint  
Cum igitur in premissis 7 10 13 16 19 22 numeri primi et minimi  
in suis proportionibus constituti si eos duplicauerimus habebimus  
numeros secundos eisdem proportionibus congruentes.

Unitas ad aliam multiplex supparticularis dicitur que eam pluries quam se  
mel et eius aliquot partes aliquotam ex quibus non sit una pars aliquotam  
continet et hoc tam ex parte multiplicis quam ex parte supparticularis  
per infinitas species variatur ex parte multiplicis ut per tres sed ex parte  
supparticularis multipliciter dividitur. ¶ Accidit autem huius mo  
di generatio proportionum per hunc modum proposita aliqua tali pro  
portione capiat numerus denominationis partis minoris in ista  
proportionem ita quod ille numerus primus sit comes: deinde duples  
ille numerus primus vel triples secundum denominationem multipli  
cis in ista proportionem et totali numero sic multiplicato addantur  
unitates secundum numerum partium proportionis propositae et resulta  
bit primus dux in ista proportionem ad primum comitem comparando  
Uerbigra in proportionem tripla supparticularis septias capiat. 7. quod  
triplatis et. s. supadditis resultabunt. 26. ergo. 26. et. 7. sunt primi  
numeri sub proportionem proposita constituti quibus duplatis resul



tabūt scōi et illis triplatis resultabūt terciū ¶ Notādū qđ iste. s. series nūeroꝝ q̄tū ad singulas species cuiuslibet eaz dē iueniri possūt in formula equilatera sup̄ius scripta si in īfinitū vltērius extēdā. ¶ Ad primū em̄ ordinē relinqui singuli cōparati singulas multiplicis species pcreabūt. Itē si terciū ordinē ad scōm et quartū ad terciū et ita vltēri⁹ referam⁹ nulle superparticulariū species omittentur. ¶ Itē si quintū ordinē ad terciū et septimū ad quartū et nonū ad quintū et ita consequēter aptemus habebimus singulas spēs suppartientiū Itē si scōz ordinē ad q̄ntū et ad septimū et ad nonū et ita deinceps cōtulerim⁹ multiplicis supparticularis spēs varīe cōplectūtur Cōsimiliter multipliciū suppartientiū procreabūtur species si ad terciū ordinē octauus et cōrespondenter ali⁹ referantur.

Quā premissa restat cōsideratione dignū videri quomodo oēs in equalitatis species ab equalitatis primordiis procreantur. Prepositis enim seriatim q̄buscunq; tribus numeris eq̄lib⁹ subscribatur numero primo numerus sibi equalis et sub scribat⁹ numeroscō cōpositus ex numero primo et scōo et sub scribat⁹ terciū nūer⁹ cōposit⁹ ex p̄io duplici scōo et terciō et sic liquebit quomodo dupla p̄porciō ab equalitate procedit. Cōsimiliter generat⁹ p̄porciō tripla ex duplici vt prim⁹ subscriptus sit eq̄lis p̄io et scōs p̄io: et scōo et terci⁹ p̄io ⁊ duplici scōo et terciō sicq; in īfinitū acceptis multiplicibus ḡnatōe q̄libet spēs posterior ex imēdiatē p̄iori p̄cedit vt p̄z in figura

Consimiliter ecōuerso multipliciū ordinē p̄ducat⁹  
supparticularis generatio: vt. s. ex duplici sexq̄al-  
tera ex tripli sexquitercia ⁊ ita p̄ ordie predictū  
generat⁹ positis em̄ seriatim. 4. 2. 1. subscribat⁹. 4. nūerus p̄mus  
sibi eq̄lis et scōs numer⁹ p̄positus ex primo et scōo et fiet. 6. de  
inde subscribatur terci⁹ numerus p̄positus ex primo et duobus  
scōis et terciō fiet. 9. et p̄similis sit p̄cesus vt hic

9 3 1 Itē ex supparticulari oritur sup  
9 12 16 parciens vt ex prima specie supparticularis p̄ia  
superpartientiū ecōuerso ordie vt p̄z in figura  
9 6 4 Itē si supparticularis nō ordie  
9 15 25 ecōuerso sed directo ponat⁹ accidit ḡnatio mltipli  
cis supparticularis vt. s. ex sexq̄altis dupla sexq̄altis ex sexq̄altis  
dupla sexq̄altis et ita deinceps vt in p̄nti figura p̄z  
9 12 16 Itē si suppartientes directo ordine  
9 21 49 disponam⁹ p̄cedit ex eis generatio multiplicium



suppartientiū vt ex supbi partiēte dupla superbi partiens et ex  
 suptripartiēte dupla supertripartiēs pducetur et ita deinceps  
 vt in presenti figura p3 9 15 25 16 28 49  
 Et sic terminatur arith 9 24 94 16 44 121  
 metrice liber primus.

¶ Uia iam dictū est quomodo pportio oīs inequalitatis  
 ex equalitate procedit et res ex qbuscūq; cōponūtur  
 in eadē resoluūt. Ideo restat dici scōm pporcionē cō  
 tinuā quomodo ad equalitatē resoluī debeat quelibet inequali  
 tatis spēs pporcionaliter cōstituta. Dispositis em̄ seriatim. 3.  
 numeris pporcionabilibus qbuscūq; huiusmodi auferat nume  
 rus primus de secūdo et ponat ablatū sub primo et residuū sub  
 secūdo deinde primo subscripto et duplo secūdi subscripta bla  
 tis de tertio residuū tertio subscribat. Si ergo pporcio priā  
 fuerit quadrupla: p istū modū reducta erit ad triplā et si triplā  
 ad duplā et si duplā ad equalitatē siliter vt hic 8 32 128  
 ¶ In pporciōe vero superparticulari si fue 8 24 72  
 rit sexqaltera reduceēt ad quadruplā et ita ad 8 16 32  
 equalitatē vnde hic errauit boecius dicens qd 8 8 8  
 si fuerit sexq̄rta p primo ad sexq̄terciā secūdo ad sexq̄alterā dein  
 de ad equales terminos reducuntur: nec illud est vix nec gene  
 rabiū supparticularis pporcio s3 sexq̄tercia ex sexq̄quarta fm̄  
 hūc modum generabiū. Posset tamē dici in excusatiōe3 boeci  
 quod ip̄e nō itellerit sic quod sexq̄quarta pporcio im̄mediate re  
 ducereēt in sexq̄terciā s3 p̄io reduceēt ad quadruplā et secundo  
 quadrupla reduceēt ad triplā. Tertio cōuersis triplis generareēt  
 sexq̄tercia sic ergo a primo ad vltimū sexq̄quarta reduceēt ad  
 sexq̄terciā. Et similiter p reductiōes interpositas reduceēt sex  
 quialtera et vltterius itaq; ad equalitatē si quis em̄ eū ita intelli  
 gat nichil placet. Et dictis ergo p3 quod sicut vnitas est cuiusli  
 bet p se cōstituti nūeri principiū ita equalitas numeri cuiuslibet  
 ad aliū relati principiū est et mater.

¶ Quia in pluribus libris vt in musica et in th̄meo iueniē  
 proposito aliquo numero alios sibi in pporciōe data cō  
 sequēter inuenire. Ideo restat hic regulā quandā dare quot nu  
 meri numerū propositū in pporciōe supparticulari proposita  
 cōtinuē subsequēnt. Supposito ergo iuxta preostēsa q; cuiuslibet



speciei in proportione multiplici corespondēter in proportiōe su-  
 pparticulari proposita cōtinue subsequitur alia spēs q̄ secūdū  
 doctrinā prehabita ex ea generat̄ vt sexq̄altera generat̄ ex du-  
 pla et sexq̄tercia ex tripla. Et sufficiat pro presētī propōito hec  
 regula generalis qđ cuilibet nūero succedūt tot numeri in data  
 proportiōe supparticulari p̄neri quotus in ordīne fuerit ille nu-  
 merus inīcio sūpto a minimo in ordīne multipliciū illius speciei  
 que supparticulari propōite corespondet. Verbigra. sūpto quo  
 cūq; nūero impari qm̄ nullū numerū duplat vt gra exēpli. s. p̄i-  
 mū duplū respectu illius est. 10. cui succedit tm̄ vnus numerus i  
 proportiōe sexq̄altera. s. 15. secundum duplum est vigenarius  
 cui succedūt tm̄ duo numeri. s. 30. et. 45. in eadem proportiōe

Latitudo Cōsimiliter sūpto quocūq; nūero q̄ nullum  
 s 10 20 40 aliū triplat. vbigra. s. p̄imū triplū respectu  
 an 15 30 60 eius est. 15. cui succedit tm̄ vnus nūerus i p  
 gu 45 90 portōe sexq̄tercia. s. 20. Scđz triplū est. 45.  
 laris 135 cui tm̄ succedūt duo nūeri. s. 60. et. 80. i pro  
 portione sexquitercia et ita deinceps vt patet hec tria exempla  
 in sexq̄alteris et sequitercijs:

Accidūt hīs due proprietates quaz s 15 45 135  
 prima talis est qđ qualis est proportio an 20 60 180  
 p̄imi ordinis inter nūeros suos scđm gu 80 240  
 cōtinuū et directū talis est proportio laris 320  
 ordinū alioz: vt in p̄imo exēplo. s. i sexquialteris. s. in singulis  
 ordinibus numerus sequēs duplus est ad p̄cedētē. In secūdo  
 exemplo triplus. In tertio quadruplus: Secūda pp̄ietas est  
 quod numeri angulares sūt multiplices multiplicitate speciez  
 p̄ximo in ordine sequentium vt angulares duplicium: sūt tri-  
 plices angulares triplū quadruplices: et ita deinceps vt ex  
 emplariter liquet. Post hoc ad propositum reddeamus: vnde  
 consideratione dignum est quod sicut ex multiplicibus conuer-  
 sis nascuntur supparticulares vt superius est expressum ita ecō-  
 tra ex superparticularibus multiplices procreātur. Prima enī  
 proportio multiplicium ex duabus p̄imis superparticularibus  
 oritur sicut proportio dupla ex sexquialtera et ex sexquitercia.

duplus  
 2<sup>o</sup>  
 sexq̄alter

3  
 sexq̄tercius

Item secūda proportio mul-  
 tiplicium ex p̄is multiplici et  
 p̄ima supparticulari p̄redit  
 B.I.





	tripulus	
6	12	18
duplus		sexquialter
	quadruplus	

Tertio vero proportio multiplicata ex  
secunda multiplici et ex secunda septuplici.  
quadruplus

	3	9	12
	triplus		sexquaterci

Et ita in infinitum generatio huius  
protenditur fit enim proportio tripla ex dupla et sexquialtera et ita per  
ordinem proportio quadrupla ex tripla et sexquitercia et ita deinceps  
In quantitatibus ergo sufficit ad presens relatio.

Est hec de numeris figurarum geometricarum similitudinem  
habentibus scilicet de numeris linealibus superficialibus et  
solidis est agendum. De quibus considerantes non utemur notulis ab  
alijs consuetis ut ponendo. l. pro. 50. aut. x. pro. 10. et. ex eo quod  
huiusmodi notulas usus reperit: non natura: sed pro quolibet scri  
bendo numero tot ponemus virgulas quot obtinuerit unitates.  
Est autem numerus linealis qui a duobus sumens exordium adita semper  
unitate in infinitam longitudinem procedit: ut. ij. iij. iiii. et. Numerus  
superficialis est qui diuisim per unitates scriptus longitudinem et lati  
tudinem obtinet sed altitudinem nusquam habet. unde et tales numeri  
facta incoatione a ternario secundum naturalem progressum in augmentum  
angulorum procedunt ut si primus triangularis sit secundus quadra  
gularis tertius pentagonalis et ita per ordinem procedendo. unde  
quia omnis figura superficialis recti linealis resoluti potest in tot trian  
gulos quot angulos habet unde nec due linee claudunt superficiem  
ideo numerus triangularis est primus numerus numerorum superficialium.  
Triangularis numerus est qui superficiali dispositione triangulari equas  
lis continet. Quorum primus erit unitas qui sui cuiuslibet nu  
meri naturam habet et nullius actum cum sit mater omnium numerorum  
Secundus triangularis est ternarius qui duas in qualibet parte con  
tinet unitates . . . . . narius triangularis et trium in quolibet latere unitatum  
Tertius est se . . . . . et ita deinceps . . . . . numerorum semper se  
Generant autem omnes numeri triangulares: . . . . . quicquid persequantur  
si dispositi naturali ordine prioribus . . . . . huiusmodi. 1. 2. 3. 4.  
Horum autem proprietas est quod quantus est ultimus numerus eorum ex ob  
alijs triangularis generat tot ille numerus triangularis in quolibet suo  
latere continet unitates. Numerus quadratus est qui diuisim scriptus  
. 4. equalia latera continet: ut hic . . . . . ratio autem omnes numeri quarti  
Primus autem istorum habet unum in . . . . . si dispositis serialiter nunc  
quocumque latere. secundus duo ter . . . . . ris singulis imparibus se  
cius tria et ita deinceps. Gene . . . . . quicquid quilibet procedentibus



oibus adiungatur ut hic. 1.3.5. Est aut huius numeri proprietas q  
 quilibet numerus quadratus tot unitates continet in quolibet latere ex  
 quot numeris imparibus generatur ut .9. qui ex acerbatione trium  
 numeroz imparum, s. unitatis ternarij et quinarij procreatur:  
 unde.3. unitates in quolibet suo latere prinebit. Et nota quod hec  
 proprietas modo supius dicta est generalis oibus numeris sup  
 ficialibus siue sint triangulares siue quadrangulares et cetera. s.  
 q quilibet eoz tot unitates in quolibet latere continebit quot in ge  
 neratione sua numeros congregabit. Pentagonalis numerus est q. s.  
 lata eqlia continet ut hic . . . . . missis duob<sup>9</sup> ut addita unitate  
 Generant aut isti ex na . . . . . ad.4. Itē exagoni tribus pter  
 turali ordine sep preter . . . . . missis ut addendo.1.ad.5. Itē ep  
 ragoni.4. pretermisiss ut.1.et.6.7c. hmoi et ut facilius videant  
 ponat exēpla hic pluriū spērū . . . . . trianguli. 1.3.6.10.15.21.28.  
 Accidit aut hic inter istas spēs . . . . . qdraguli. 1.4.9.16.25.36.49.  
 re atio q quadratus quilibet ex . . . . . pētagoni. 1.5.12.22.35.51.70.  
 supposito triangulo et ex trian . . . . . exagoni. 1.6.15.28.45.66.  
 gulo precedente simul additis . . . . . eptagoni. 1.7.18.34.55.  
 procreat. 4. enī ex.3.et.1.9. ex.6. et.3.16. ex.10. et.6. et ita deinceps  
 nascuntur. Quātum vero ad alias spēs est hec regula q qlz  
 posterior spēs ex supposita priori et ex pcedēti triangulo ge  
 nerat ut pentagon<sup>9</sup> ex.4. et.1.12. ex.9. et.3.22. ex.16. et.6. et ita  
 deinceps. Similiter exagoni ut.6. ex.5. et.1. et.15. ex.12. et.3. na  
 scunt et ita de alijs. Pz ergo quomō triangulus cūctorū sūmas  
 efficiat et singulorum procreationibus admisceatur. Ex hijs se  
 quitur hec notanda proprietas quod sumptis quotquot huius  
 modi speciebus per ordinem omnes eiusdē ordinis numeri tria  
 gulis sese superat ut secundus quadratus secundum triplum superat  
 unitate et secundus pentagonus secundum quadratū superat unitate  
 Similiter tercius quadratus terciū triplū ternario superat et terci<sup>9</sup>  
 pētagon<sup>9</sup> sūm quadratū terciū et ita deinceps qlz reliquū superabit.  
 ergo triangulus oīm figuraz cēmētū et principium dici potest.  
 Et p hec ad figuras solidas facilior erit via. Si enī numeroz sū  
 cialiū lōgitudinē et latitudinē altitudo addita fuerit qvel erāssitu  
 do vel pfūditas appellat numerus solidus resultabit inter quos  
 primus est piramis q solidoz est principū quēadmodū triaguli<sup>9</sup>  
 supficialiū fuerat elemtū id est pncipiū. Numeroz vero piramida  
 liū alius basim habet triangularē alius qdratā ali<sup>9</sup> pētagonalē  
 et ita deinceps quorum singulorum tot sunt angli in basi ut hic.

B.2.



trianguli	piramidales sui	Generant aut omnes trian-
.1.3.6.10.15	.1.4.10.20.35	gulares piramidales ex
quadranguli	piramidales eorum	superficialibus triangulis
.1.4.9.19.25.36	.1.5.14.30.55	et piramides quadrate ex
pentagoni	piramidales eorum	superficiebus quadratis et
.1.5.12.22.35.51	.1.6.18.40.75	ita de alijs piramidis spe-

cies sicut superficiales numeri ex naturali ordine numerorum nascuntur  
**P**rimus autem triangulus, scilicet unitas sit prima piramis et addito primo triangulo ad secundum fit secunda piramis et ita deinceps. Et quot unitates fuerint numerorum constructorum tot erunt unitates in latere piramidis procreande. Consistit nascuntur quadratae piramides. Et eodem modo procedit generatio in aliarum piramidum speciebus. Et sic singulorum generatio generationi tripliciter similis est eo quod quilibet piramis numerus suum superficialem basim optineat et similiter tot unitates in lateribus continentur. Scire etiam oportet quod sunt curte piramides vel bicurte vel tricurte vel quadricurte et ita deinceps. Perfecta piramis est que a quacunque basi incipiat ad unitatem pervenit si vero ad unitatem ista altitudo non pervenerit curta vocabitur. Considerata ergo specie basis si ad primum opere et actu multiangulum eiusdem speciei non artetur in vertice bicurta dicitur. si vero ad tertium tricurta: si ad quartum quadricurta et ita deinceps per ordinem transcurrendo. Si vero in quadrata piramide, id est, ponatur in basi et, 9. superius deinde, 4. et, 1. in vertice piramis est perfecta si vero illud unum quod est primum quadratum in potentia diminuat: curta piramis dicitur. Si enim a vertice diminuat, 4. qui sunt secundum quadratum bicurta piramis nuncupatur. Et generaliter quot cumque numeri defuerint tocies eam curtam dicimus.

Unde et alij numeri solidi quorum quidam dicuntur cubi: quidam aseres: quidam laterculi: quidam cunei: quidam isoperici: quidam parallelipidi. Numerus cubus est qui latera, 6. equalia quadrata obtinet. Cuius generatio fit ex ductu lateris quadrati numeri in quadratum ut quadrati lateris quod est binarius si ducentur in 4. fient, 8. qui est numerus cubitus et ita in alijs quibuscumque. Unus proprietas est quod quilibet cubus habet, 6. superficies quadratas equales et, 12. latera equalia atque angulos, 8. equales. Numero cubo numerus cuneus dissimilis est: nam cubus omnes dimensiones habet equales et resultat ex aliquo uno numero in se bis ducto cuneus vero nullam dimensionem alteri equalem habet sed



ex diuersis gradatim produciūt vt bis tria quater cōstituūt. 24.  
et tria. 4. quinquies faciūt. 60. Ille nūerus a grecis vocat scale  
nos a latinis gradatus. Itē a grecis sperniskon a latinis cuneus  
noīat. Quidā vocant hos bomiscos id est quasidā arullas Inter  
cubos q̄ oēs dimēsiōes habēt eq̄les et cuneos q̄ habēt dimen-  
siōes quasq̄ ineq̄les. Sūt alij nūeri q̄dā a grecis paralellipidi  
dicti q̄ nec oēs dimēsiōes hñt eq̄les nec oēs ieq̄les hñt figura  
dicti latine que alternatim positis cōtineēt lateribus.

Uñ ad sup̄ficiales nūeros redeamus. Notādū qđ nūe-  
ri altera pte lōgiores sūt q̄. 4. habēt angulos et. 4. late-  
ra nō tñ eq̄lia oīno sed deficiūt eq̄litas p solā vnitatē Si em̄ i nūe-  
roz ordine naturalī primū p scōm vel scōm p terciū et ita deinceps  
multiplices vt semel bis tria et ita deinceps nascuntur  
tales nūeri. Si aut lōgitudō a latitudine discrepat nō solū vni-  
tate sed binario tñ talis nūerus nō vocat altera pte lōgior sed  
antelōgior. Nec pcedit scōm actores talis discrepatio dimēsiō-  
nū vltra binariū q̄ est alteritatis principiū eo qđ altez ad minus  
dī de duobus. Quia autē dispositis oībus ī paribus seriatim et  
sub eis cunctis paribus exacerbatione superioz generant oēs  
q̄drati et exacerbatiōe omniū inferiorz generatur altera parte  
longiores vt hic: q̄drati ex īparib⁹ altera pte lōgiores  
ideo nūeri q̄drati ex .1.3.5.7.9.11.13. .2.4.6.8.10.12.  
īparibus pcreati sūt .1.4.9.16.25.36 .2.6.12.20.30.42.  
cū et lāvntas q̄ īparitatis est radix aut īmutabilis substantie sūt  
oīa latera eq̄lia cōtinētes: at nūeri altera pte lōgiores q̄ ex parī-  
bus produciūt alteritatē habent sicut et binarius q̄ alteritatis  
p̄ncipiū est Et radix īmutabilitatis vnitatis ex hoc ostēdit qđ  
quid ipsa multiplicet p̄ior q̄ntitas nō variat et hoc de nullo alio  
reperitur inquēcūq̄ em̄ numez ducat binarius statim pducitur  
alta q̄ntitas a p̄iori est ergo binari⁹ alteritatis principiū et origo  
Numeri laterculi sunt solidi qui fiunt ex equalibus equaliter in  
minus vt ter tria bis: ibi em̄ lōgitudō et latitudo sunt equales  
et altitudo minor vtraq̄ earum. Asseres vero sūt ex equaliter  
equalibus in magis. vt ter tria septies vbi lōgitudō et latitudō  
ne existētibus equalibus altitudo sit maior. Sp̄rici siue circuli  
sunt qui in illum numerum terminantur ex cuius productione  
in ipsum vel productum nascuntur. Tales numeri ex quinario  
vel senario nascuntur vt patet in figura presentī.

B.3.



1 5 6 Et ita ad presens de figuris solidis hec suffi-  
 1 25 36 ciant.  
 1 125 216  
 1 625 1296

Alterius est scilicet quod sicut omne quod est aut est nature  
 in mutabilis eiusdem substantieque ut deus anima et homini  
 aut mutabilis et variabilis nature ut corpus et ex his duabus na-  
 turis fit omne quod fit: ita ex numeris quadratis et altera parte  
 longioribus: quorum primis ex numeris imparibus et ex imuta-  
 bili unitate procedentibus secundis ex numeris paribus et ab  
 alteritatis principio binario procreatis: nascuntur ceterei nume-  
 ri omnesque eorum proportionales quibus informantur qui vero  
 numeri sunt quadrati et qui sunt altera parte longiores superius  
 patuit. Disponantur enim quadrata omnia seriatim sub quibus per  
 ordinem scribantur omnes altera parte longiores ut hic.

1. 4. 9. 16. 25. 36. 49. Si ergo compares altera parte longiorē  
 2. 6. 12. 20. 30. 42. 56. primum. primo tetragono resultabit du-  
 pla proportio: si vero secundum. secundo emiola id est sexquial-  
 tera. si vero tertium tertio sexquitercia et ita in proportionibus su-  
 per particularibus nullatenus erit status. etiam in prima relatio-  
 ne differentia est unitas in secunda binarius in tertia ternarius  
 et ita deinceps. Item si secundum tetragonum primo altera parte  
 longiori compares: et tertium secundo et quartum tertio et ita deinceps  
 easdem proportionales effici probabis. iste tamen differentie non  
 ab unitate: sed ab binario incoant sed in infinitum procedunt. Rursus  
 quadrati numeri seriatim positi per numeros impares differunt. p-  
 pares tamen distant altera parte longiores. 1 2 4 dupla  
 Item si inter primum tetragonum et se 4 6 9 sexquialtera  
 cūdem ponat primum altera parte longior 9 12 16 sexquitercia  
 ad utrosque in proportione dupla cōiun 16 20 25 sexquingta-  
 ges. si inter secundum et tertium tetragonum ponat secundus altera  
 parte longior proportio sexquialtera ab utrisque proponit et sic inter  
 tertium et quartum et sic deinceps. Item si duo quadrati proximi in-  
 vicem addantur et altera parte longior qui secundum premissam rationem me-  
 diana est inter istos dupletur et addat cū eis resultabit tetrago-  
 nus. nā. 4. et. 1. simul additis fiunt. 5. duplato ergo binario quod est  
 altera parte longior inter istos sicut. 4. et totum congregatur  
 fit. 9. qui est tetragonus. Similiter e converso si inter primum et



secundum altera parte longiorē ponatur secundum tetragonū et illud duplatū addatur alijs vnitis resultabit tetragon⁹: vt iter .2. et .6. si ponatur .4. illud mediū duplatū et addatur extremis pducit .16. q̄ est tetragonus et ita deinceps. Item vbi fm̄ pmissā rām inter duos tetragonos stat vnus altera pte longior: tetragonus qui ex illis nascitur semp ex radice ipari procreatur at vbi inter duos altera pte longiores tetragonus clauditur om̄s qui ex illis resultant tetragoni a paribus radicibus procreantur Item ex predictis duab⁹ formulis. s. ex q̄dratis et altera parte longioribus nascunt oēs alie numeroꝝ forme additis em̄ simul primo tetragono et primo altera parte longiore fit primus triangonus scilicet .3. et addito secūdo tetragono ad primum altera parte longiorem resultant .6. qui est secundus triagulus. et additis simul tetragono tertio et secundo altera parte longiore fit .10. qui est tercius trigonus &c. vt patet in figura vbi tetragoni et altera parte longiores ponuntur alternatim et fit additio duorum continue proximorum.

tetragoni et altera parte longiores.

.1. 2. 4. 6. 9. 12. 16. 20. 25. 30.

.3. 6. 10. 15. 21. 28. 36. 45. 55.

triangulares numeri.

Item quocūq; dato tetragono si propriū suū latus subducatur siue ab eo subtrahatur numerus altera parte longior pducetur. Item permixtis tetragonis et altera parte longiorib⁹ alternatim erunt aliquando intercidētes proportionēs eedem et differētie diuerse aliqñ eḡ. Accidit ei ista mutatio alternatim

tetragoni et altera parte longiores

.1. 2. 4. 6. 9. 12. 16. 20. 25. 30. 36.

.1. 2. 2. 3. 3. 4. 4. 5. 5. 6.

Differentie eorum

In premissa enim formula inter primum et secundum. et secundū et tertium est eadem proportio differētia diuersa. Item inter secundum et tertium et tertium et quartū est eadē differentia et proportio variat et ita deinceps crescūt differētie scdm̄ oēs nūeros ordinis naturalis: necnō etiā pportiones scdm̄ oēs supparticulariū spēs pducūt. Itē ex dictis differētijs relatis ad numeros quoz sūt differētie accidit variatio in pportioibus scdm̄ spēs definitas. nā inter .1. et .2. differentia est .1. quod est equale primo

B.4.





et sub duplū ad secūdū. similiter inter. 2. et. 4. binarius est differētia qui ē equalis binario et sub duplus quaternario. similiter inter. 4. et. 6. binarius est differētia que est medietas q̄ternarij et tertia pars senarij similiter arguas de differētia inter. 6. et. 9. et ita deinceps. Itē patet oēs tetragonos p̄ticipare naturā impariū nūmeroz ex hoc qd singulis duplīs vel triplīs seriatim dispositis talis ordo cōseriē vt nūq̄ nisi ī pari loco tetragon⁹ iueniā vt hic .1. 2. 4. 8. 16. 32. 64. 128. Itē cubi etiā imutabili natu-  
.1. 3. 9. 27. 81. 243. 729. 2187. ra p̄ticipant eo quod nō ab alijs q̄ ab imparibus nūeris producūt dispositis em̄ seriatim cūctis imparibus primus eoz est prim⁹ cubus. s. in potētia sic quod si duos sequētes. s. 3. et. 5. simul addideris: resultabūt. 8. qui est secundus cubus. cōiunctis etiam tribus sequētibus. s. 7. 9. et. 11. resultabūt. 27. qui est terci⁹ cubus. et ex. 4. sequētibus fit quartus ita per ordinem augmentando vt hic.

.1. 3. 5. 7. 9. 11. 13. 15. 17. 19.

.1. .8. .27. .64.

Ex hijs quidē cū sufficiēter sit dictū: vltērius de proportionibus et p̄portionalitatibus est dicēdū. Est autē p̄portio duoꝝ terminoz qdā ad inuicē habitudo et quodāmodo cōtinētia ex quoz cōpositiōne p̄portionalitas resultabit. ¶ Est ergo p̄portionalitas duarū vel triū vel quolibet p̄portionū assūptio ad vnū atq; collectio. Vel p̄portionalitas est duoꝝ aut triū aut pluriū p̄portionū similis habitudo. Vel ē collectio proportionum et in vnū reductio. Et cōsistit ad minus inter. 3. terminos vbi medius terminus respectu vnus extremitatis est comes et respectu alteri⁹ est dux et illa p̄portionalitas cōtinua nūcupat. P̄portionalitas discōtinua inter. 4. terminos cōsistit ad minus vbi nullus terminus est bis sūptus. Apud antiq̄s autē est triplex p̄portionalitas seu medietas scz arithmethica geometrica armonica post quos alij sapiētes addiderunt alias medietates. 7. propter cōplementū numeri denarij ita quod in toto sūt. 10. Arithmethica p̄portionalitas ē vbi nec lecta p̄portionū equalitate eadē inter terminos differētia custodiē: sicut in numero disposito in ordine naturali vt. 1. 2. 3. 4. 7c. vel vbi equales termini cōtinue sūt omissi vt. 2. 4. 6. 8. 7c. si em̄ terminū vnū dimittas differētia erit binarius si duos ternari⁹ et sic sine fine Arithmetice medietatis vel p̄portionalitatis proprietates



sunt plures. Pr<sup>a</sup> quod in huiusmodi proportionalitate medi<sup>9</sup>  
terminus est p<sup>l</sup>ucto<sup>r</sup> medietas extremor<sup>9</sup> ut hic. 8

In p<sup>o</sup>portionalitate v<sup>o</sup> disiuncta siue disc<sup>o</sup>tinuata 2 4 6.  
duo extrema duobus medijs adequatur ut hic. 2 . 4 . 6 . 8

Sec<sup>u</sup>nda proprietas quod sicut s<sup>u</sup>t o<sup>m</sup>es termini .10.  
ad se ip<sup>s</sup>os: ita er<sup>u</sup>t et differ<sup>e</sup>ntie ad differ<sup>e</sup>ntias utrob<sup>q</sup> em<sup>9</sup> equa  
litas c<sup>o</sup>servat. Tertia proprietas q<sup>u</sup> nullus ante n<sup>o</sup>comatu<sup>m</sup> inue  
nit q<sup>u</sup> proportionalitas est c<sup>o</sup>tinua illud q<sup>u</sup> fit ex ductu vn<sup>i</sup>us ex  
trem<sup>i</sup>tatis in alia minus est illo q<sup>u</sup> fit ex medio ducto in se ip<sup>s</sup>u:  
p<sup>o</sup>ductu differ<sup>e</sup>ntie in differ<sup>e</sup>ntia. s. in se ip<sup>s</sup>a id est erit excessus q<sup>u</sup>ta  
est differ<sup>e</sup>ntia p<sup>o</sup>ducta in se ip<sup>s</sup>a ut hic. 3. 5. 7. ex. 3. in. 7. resultant  
.21. et ex. 5. in se resultat. 25. que excedit. 21. per. 4. 4. aut resul  
tant ex ductu binarij in se ip<sup>s</sup>m que est differ<sup>e</sup>ntia. Et hanc etiam  
proprietate dicit boecius in proportionalitate disc<sup>o</sup>tinua esse  
vera: sed hoc o<sup>z</sup> intelligere de differ<sup>e</sup>ntijs sumptis inter vnum a  
idemq<sup>u</sup> b. inter. c. et. d. et sec<sup>u</sup>ndum utr<sup>u</sup>q<sup>u</sup> s. mediu<sup>m</sup>. e. ex crescit:  
ut hic. 5. 7. 8. 10. ducendo. 5. in. 10. resultant. 50. et ducendo. 7. in  
.8. resultant. 56. que excedunt. 50. per. 6. differ<sup>e</sup>ntia autem inter  
.5. et. 7. sunt. 2. et differ<sup>e</sup>ntia inter. 7. et. 10. sunt. 3. ducetur igitur  
.2. in. 3. resultant. 6. per que. 56. superat. 50. p<sup>o</sup>similiter differ<sup>e</sup>ntia  
inter. 5. et. 8. sunt. 3. et differ<sup>e</sup>ntia inter. 8. et. 10. sunt. 2. per que re  
sultat idem q<sup>u</sup> prius. Quarta proprietas est huius quod semp  
in minoribus terminis est maior proporcio et ec<sup>o</sup>tra ut inter. 2.  
et. 1. est proportio dupla: inter. 3. et. 2. est p<sup>o</sup>portio sexquialtera.  
In armonica autem econtra accidit. In geometrica vero potest  
esse proportio equalitatis utrob<sup>q</sup>.

U<sup>n</sup>c de proportionalitate geometrica que maxime vel  
sola proportionalitas appellari potest dicemus. In hac  
enim differentia equali neclecta semper identitas proportionu<sup>m</sup>  
custoditur ut hic. 1. 2. 4. 8. dupla .1. 3. 9. 27. tripla. hu  
ius prima proprietas est q<sup>u</sup> in proportionalitate c<sup>o</sup>tinua geome  
trica: quecunq<sup>u</sup> inter duos terminos proporcio fuerit: eadem  
semp inter differ<sup>e</sup>ntias eor<sup>9</sup> reperit. .1. 2. 4. 8. 16. dupli  
Sec<sup>u</sup>nda quod i numeris duplis m<sup>i</sup> .1. 2. 4. 8. differ<sup>e</sup>ntie  
no<sup>r</sup> terminus per se exceditur a maiore sed i numeris triplis se.  
ipso duplicato in quadruplis se triplicato: et sic consequenter.  
Tertia quod quidquid ex ductu extremi i extremu<sup>m</sup> producit  
Idem ex ductu medij in semet ip<sup>s</sup>u si terminus medius sit vnus



aut ex uno medio in aliū si sint duo termini. Quarta in terminis maioribus et minoribus semper est eadem proportio. Ex quibus patet quod recte arithmetica proportionalitas et reipublice quae a paucis regitur comparatur: eo quod in minoribus eius terminis sit maior proportio et e contra. Armonica vero in cuius maioribus terminis est maior proportio optimatum reipublice simulatur et geometrica quae utrobique proportionum servat equalitatem dicitur popularitas. Sunt autem hic quedam notanda quae in simeli cosmopopeta disputatione platonica tractantur. primum est quod inter omnes duos quadratos proximos est unum tertium proportionale quod ex ductu lateris unius quadrati in latus alterius resultat: ut inter 4. et 9. sunt 6. Secundum quod inter quoslibet duos cubicos proximos sunt tantum duo media proportionalia quorum minus resultabit ex ductu lateris maioris in quadratum minoris et maius ex ductu lateris minoris in quadratum maioris proveniet ut inter 8. et 27. sunt 12. et 18. media quorum minus resultat ex 3. in 4. et maius ex duobus in 9. Tertium est quod si quadratus quadratum multiplicet numerus proveniens erit quadratus. Quartum si altera parte longior multiplicet quadratum vel e contra semper altera parte longior inde crescit vel si cubus quadratum multiplicet nec quadratus nec altera parte longior resultabit. Quintum quod si altera parte longior altera parte longiorem multiplicet semper altera parte longior producet. Sextum si cubus cubum multiplicet provenit inde cubus. Septimum si cubus altera parte longiorem multiplicet productus numerus non poterit esse cubus. Octavum quod ex ductu par in par aut par in impar aut e contra semper numerus par procreatur: sed in par impar multiplicans impar producit ista facilius cognoscuntur in libris platonice de republica eo loco qui dicitur nuptialis.

Armonica proportionalitas nec ex eisdem differentiis neque ex eisdem proportionibus constituitur sed positis tribus terminis sicut maximus eorum se habet ad minimum ita differentia inter maximum et medium ad differentiam inter medium et minimum se habet ut 3. 4. 6. vel 2. 3. 6. Prima huius proprietatis est contraria arithmetice eo quod hic in minoribus terminis est minor proportio et in maioribus maior et in arithmetica e contra. Secunda proprietatis quod in arithmetica medietate medius terminus



eadem sui pte minorē excedit per q̄ exceditur a maiore sed non  
 per eandem minoris minorem exceditur per quam partem ma-  
 ioris excellitur a maiori sed in medietate armonica est e contra  
 nam inter. 2. 3. 6. medius terminus non eadem parte sui mino-  
 rem excedit terminum et exceditur a maiori nam excedit mino-  
 rem tertia sui parte et se toto exceditur a maiore sed per ean-  
 dem partem minoris minorem superat per q̄ partem maioris  
 supatur a maiori per medietatem eī minoris minorem excedit  
 et p medietatē maioris exceditur a maiori geometrica vero me-  
 dietas variat ab utraq; nam medius terminus per q̄ partem mi-  
 noris minorem superat per eandem partē sui ipsius a maiori ter-  
 mino superatur. Tertia pprietas quod illud q̄ fit ex ductu me-  
 dij termini in compositum ex extremis duplum est ad illud quod  
 ex ductu vnus extremi in alterum extremum procreatur. Voc-  
 catur autem ista medietas armonica eo quod i eius terminis re-  
 peritur tota consonantia musicalis: nam diateseron inepitrita  
 id est in sexquitercia pportione cōsistit cuiusmōi sūt. 4. et. 3. di-  
 apente ex sexqaltera resultat cuiusmōi sūt. 6. et. 4. diapason ex  
 dupli pportione puenit cuiusmōi sunt. 6. et. 3. Diapason cum  
 diapente qui in tripla pportione consistit, et fit ex differentia  
 inter extrema ad differentiam inter medium et minorem cuius  
 modi sunt. 3. et. 1. bis diapason quod pporcionē quadruplam  
 vendicat fit ex medio termino et maiori ex eorum differentia si-  
 mul sumptis ad minorē. Similiter in istis tribus terminis eas-  
 dem cōsonantias reperimus. 2. 3. 6. nam ex medio ad minorem  
 fit diapente et ex maiore ad medium fit diapason et ex differen-  
 tia maioris ad medium et differentia medij ad minorem fit di-  
 apente cum diapason similiter ex maiore ad minorem et ex dif-  
 ferentia maximi ad minimum et differentia medij ad minimum  
 illa que bis diapason dicitur consonantia resultabit. Alij vo-  
 cant hanc medietatem armonicam eo quod cognata sit geome-  
 trice armonie: dicunt enim geometricam armoniā esse cubum  
 propter hoc quod inter omnes eius dimensiones est equalitas  
 et convenientia utrobique omnis autem cubus latera habet. 12.  
 singulos. 8 superficies. 6. hec autem dispositio est armonica. dis-  
 ponant eī tres termini. 1. 6. 8. 12. in qbus inveniunt oēs pprie-  
 tates armonice necnon et oēs consonantie musicales similiter



et huiusmodi proportionalitas armonica nuncupatur. Est autem notandum quod sicut in fistulis: extremis foraminibus eisdem manentibus contingit per apertionem et obturationem foraminum mediorum: sonos multiplices variare: ita contingit duos numeros siue pares siue impares tanquam terminos ponere et per aliam et aliam insertionem medij triplices proportionalitates assignare: ita quod in arithmetica differentiarum tantum equalitas conservetur: in geometrica tantum proportionum identitas habeatur et in armonica differentiarum comparatio: proportionibus conveniat terminorum: sint ergo termini pares propositi. 10. 40. inter quos insertis. 25. habetur proportionalitas arithmetica insertis. 20. habetur proportionalitas geometrica insertis. 16. habetur proportionalitas armonica. Item si terminos impares volumus assignare ut. 5. et. 45. veniemus nichilominus ad intentum nam interpositis. 25. apparebit medietas arithmetica et interpositis. 15. liquet proportio geometrica interpositis autem. 9. armonica patet. Ut autem possimus faciliter huiusmodi media reperire sciendum est quod medium arithmeticum dimidium erit compositum ex extremis. Item si medietatem excessus termino minori addideris questum medium obtinebis. Pro medio geometrico altero extremo multiplicato per reliquum radix quadrata producti erit medium quod iquiris. Item si proportionem inter extrema per medium divides inuenies illud medium. Pro medio vero armonico differentiam inter extrema per terminum minorem multiplica et producto diuiso per compositum ex extremis: addatur numerus quociens minori termino et patebit questum.

Ex tractato diffuse de istis tribus proportionalitatibus per .7. alias proportionalitates differamus. Quarta ergo proportionalitas est armonice contraria in qua tribus terminis positis quemadmodum est terminus maximus ad parvissimum sic est differentia minorum ad differentiam maiorum ut hic. 3. 5. 6. Huius medietatis una est proprietas. scilicet quod sit ex medio in maximum duplum est ad illud quod ex medio in minimum producit. Quinta et sexta proportionalitates geometricae proportionalitati contrariantur. et est quinta proportio medij ad minorem est sicut differentia minorum ad differentiam maiorum ut hic. 2. 4. 5. sed in geometrica est proportio maioris ad minorem sicut differentia maio-



rum ad differentiam minorum. Huius autem est proprietas quod illud quod fit ex ductu maioris termini in medium duplum est ad illud quod fit ex ductu extremi termini in extremum. Sexta medietas est quando maior terminus est ad medium sicut differentia minorum ad differentiam maiorum ut hic. 1. 4. 6. Similiter hec medietas geometricè contraria est propter conversionem proportionis inter differentias maiorum et minorum terminorum. Hec sunt .6. medietates quarum .3. a pitagorice usque ad platonem aristotelemque manserunt post vero qui secuti sunt. 3. alias de quibus iam diximus addiderunt. Deinde sequens etas. 4. alias medietates adduxit ad implendum denarium numerum. Septima ergo proportionalitas est quando maximus terminus est ad minimum sicut differentia inter maximum et minimum ad differentiam inter medium et minimum ut hic. 6. 8. 9. Octava proportionalitas est quando maximus terminus est ad minimum sicut differentia inter maximum et minimum ad differentiam inter medium et maximum ut hic. 6. 7. 9. Nona proportionalitas est quando sicut se habet medium terminus ad minorem: sic differentia duorum extremorum ad differentiam minorum: ut hic. 4. 6. 7. Decima proportionalitas est quando medium terminus est ad minimum sicut differentia inter maximum et minimum ad differentiam inter maximum et medium ut hic. 3. 5. 8. exempla omnium istarum proportionum patent in figura.

arithmetica	prima	.1.2.3.
geometrica	secunda	.1.2.4.
armonica	tercia	.3.4.6.
contraria armonice	quarta	.3.5.6.
contraria geometricè	quinta	.2.4.5.
contraria geometricè	sexta	.1.4.6.
prima aliarum	septima	.6.8.9.
secunda	octava	.6.7.9.
tercia	nona	.4.6.7.
quarta	decima	.3.5.8.

Onsimiliter possunt alie due combinationes significari in quarum prima maior terminus sit ad medium sicut differentia inter maximum et minimum ad differentiam inter medium et minimum sed ista proportionalitas est impossibilis. Secunda fit quod maior sit ad medium sicut differentia inter maximum et minimum ad differentiam inter maximum et medium ut hic. 3. 4. 6. Unde et hic proportio etiam armonica in eisdem numeris resultabit.

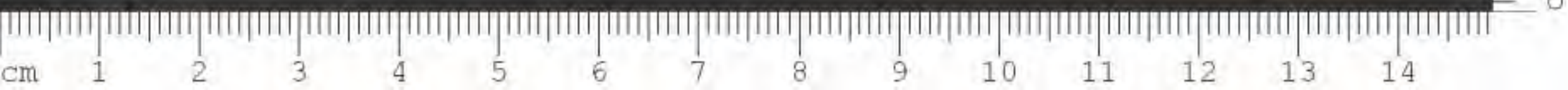


et hec non variatur ab illa secundum rem: sed ista combinatio  
potest dici una proprietas proportionalitatis armonice predictae  
**¶** De istis autem duabus combinationibus non fecit Boecius  
mentionem. Possumus autem .4. numeros solidos signare ut  
.6.8.4.12. quorum aliqui ab aliquibus per equalia equaliter  
sunt producti ut .8. et aliqui ab aliquibus per inequalia inequa-  
liter ut .6. ex vno duobus et tribus. Alii vero ab aliquibus per inequa-  
lia equaliter ut .9. ex semel tribus ter vel per equalia inequaliter  
ut .12. ex bis duobus ter. In quibus .4. numeris .3. proporcio-  
nalitates prime habentur et omnes consonantie musicales. Ista  
ergo sufficiant pro sententia huius libri arithmetice.

**¶** Explicit arithmetica speculativa thome brazuardini  
boni reuisa et correcta a Petro sanchez Ciruelo aragonensi  
mathematico legente Parisius Impressa In campo  
gaillardo a Guidone mercatore Anno domini incarnationis  
nre .1495. In mense february.





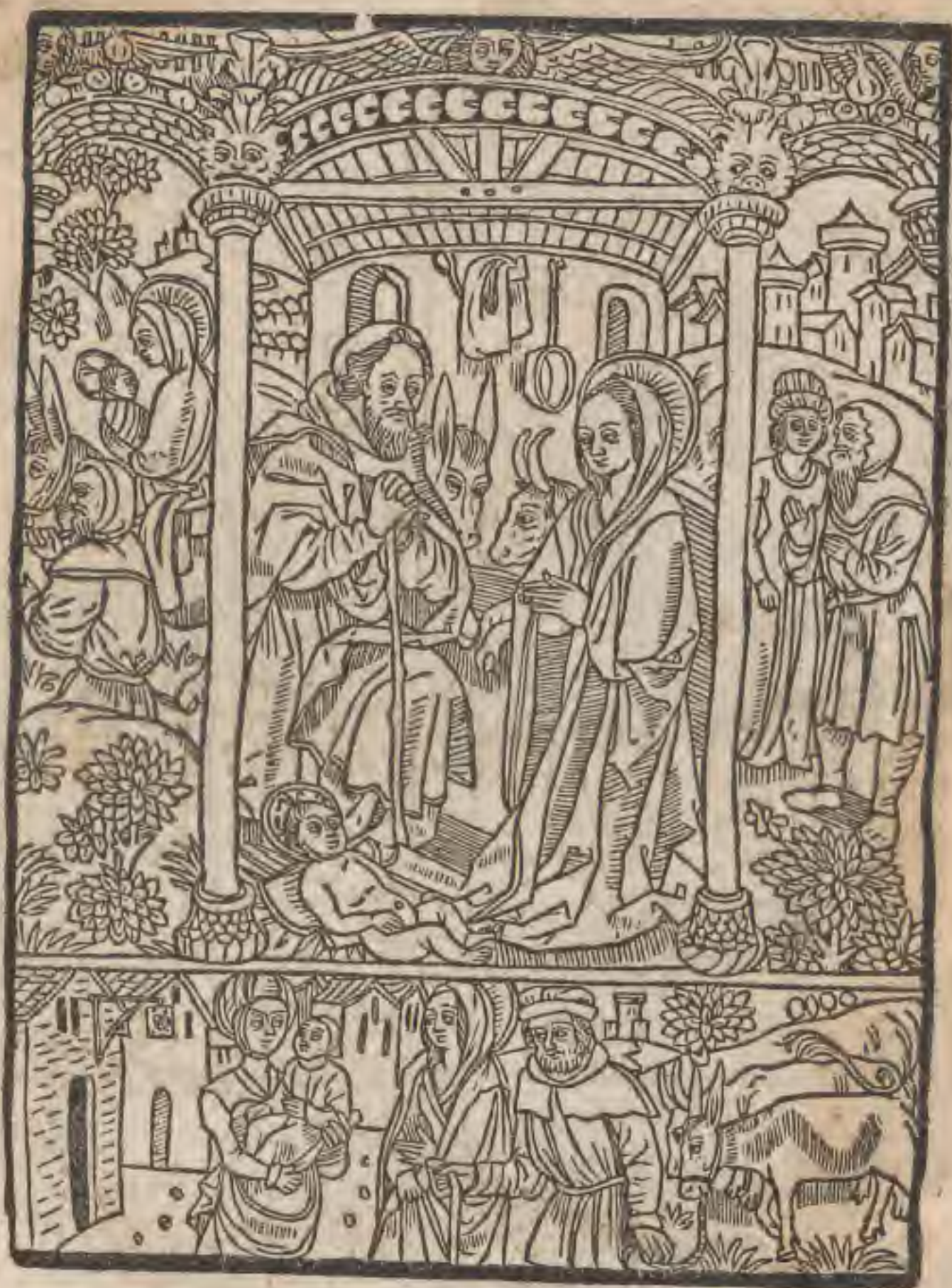




2 2 1 2 0 A  
4 0 0 0 0 0 0

A 4 0 5 A 0 0 0 8 0

9 mm 0 mm



Handwritten text in a cursive script, likely a Latin or German inscription, located below the illustration.

Handwritten text in a cursive script, likely a Latin or German inscription, located below the illustration.

Handwritten text in a cursive script, likely a Latin or German inscription, located below the illustration.

Handwritten text in a cursive script, likely a Latin or German inscription, located below the illustration.

Handwritten text in a cursive script, likely a Latin or German inscription, located below the illustration.















